

Tarnów, 25 VIII 2022

Streszczenie rozprawy doktorskiej pt. *Intuitionistic logic versus paraconsistent logic. Categorical approach*, napisanej pod kierunkiem prof. dr. hab. Michała Hellera.

Stosunkowo niedawno pojawiły się pewne prace sugerujące, że możliwe jest dokonanie odpowiedniej dualizacji toposów i ich logiki, zmieniając ją z intuicjonistycznej na pewien rodzaj logiki parakonsystentnej. Struktury, które powstają w tym procesie dualizacji, zostały przez autorów tych prac nazwane komplementarnymi toposami (lub w skrócie kotoposami). Gdyby ten proces okazał się słuszny, byłby on bardzo owocny, ponieważ powiązania toposów z logiką intuicjonistyczną, czy szerzej logikami pośrednimi są bardzo wielorakie.

Cel mojej pracy doktorskiej jest dwojaki. Po pierwsze, analizuję dwa rodzaje logik: intuicjonistyczną i parakonsystentną, a dokładniej rzecz biorąc logiki pośrednie związane z algebraami Heytinga i przede wszystkim te z logik parakonsystentnych, które są związane z algebraami ko-Heytinga. Po drugie, i jest to mój zasadniczy cel badawczy, badam pojęcie kotoposu, jego poprawność, ewentualne własności i związki z toposami. W szczególności analizuję proces dualizacji, proponowany przez zwolenników kotoposów, który rzekomo przekształca pewne algebry Heytinga toposów w algebry ko-Heytinga.

Przeanalizowałem relację między pewnymi dwiema definicjami toposu, w wyniku czego stało się jasne, że jeśli te dwie definicje mają być równoważne, to w jednej z nich, w kontekście klasyfikatora podobieństw, powinno występować neutralne oznaczenie na generyczny podobiekt lub jeśli zamiast niego pojawia się oznaczenie "prawda", to nie niesie ono ze sobą żadnych dodatkowych własności czy założeń.

Pokazałem także, że naturalny izomorfizm pomiędzy $\text{Sub}(A)$ a $\text{Hom}(A, \Omega)$ nie musi być izomorfizmem odpowiednich struktur algebraicznych na tych zbiorach, przez co na tym ostatnim zbiorze (dla dowolnego obiektu A) można zdefiniować strukturę algebry co-Heytinga, która ponadto będzie także naturalna w A .

Moje analizy sugerują, że pojęcie kotoposu może być uważane za poprawne. Należy jednak mocno podkreślić, iż choć pokazuję możliwość zdefiniowania pojęcia kotoposu, to jednak należy bardzo dokładnie zbadać dalsze jego pełne konsekwencje, które mogą bardzo ograniczyć jego logiczne zastosowania.

MARIUSZ STOPA

